R-19

Code:4308/R

Faculty of Science

B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –IV Semester

Regular Examinations -June/July, 2022

PAPER: Algebra

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

Section – A

I. Answer any *eight* of the following questions. (8×4=32 Marks)

1. Prove that $(ab)^2 = a^2b^2$ in a group G if $ab = ba$ for all $a, b \in G$
2. Prove that center of a group G is a subgroup of G.
3. Find the inverse of the element $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ in $GL(2, z_{11})$ with respect to matrix multiplication.
4. Prove that a group of prime order is cyclic.
5. Determine whether the following is even or odd $a = (12)(134)(152)$
6. Write the permutation (12)(13)(23)(142) as a product of disjoint cycles.
7. Find all units of Z_{14}.
8. Prove that the intersection of subring of a ring R is a subring of R.
9. Every quotient group of an abelian group is abelian.
10. Show that the correspondence $x \to 5x$ from Z_5 to Z_{10} does not preserve addition.
11. Define prime ideal and maximal ideal with examples.
12. If $Z_6 = \{0,1,2,3,4,5\}$, A={0,3} then find all the elements of factor ring Z_6/A

Section–B

II. Answer **all** the questions. (4×12=48 Marks)

13. (a) Prove that every subgroup of cyclic group is cyclic.

(OR)

(b) Define group. Let $G=\{\begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix}$, a ϵ R, a≠0}. Show that G is a group under matrix multiplication.

14. (a) State and Prove Lagrange theorem

(OR)

(b) State and prove Orbit-Stabilizer theorem.

15. (a) What is the order of the element $14+ < 8 >$ in the factor group $\frac{Z_{14}}{<8>}$

(OR)

(b) Find all the solutions of $x^2 - x + 2 = 0$ over $Z_3[i]$.

16. (a) Define maximal ideal of a ring if R is a commutative ring with unity and M is a maximal ideal of R, Then prove that R/M is field.

(OR)

(b) Prove that if ϕ be a ring homomorphism from a ring R to a ring S then $\phi(A)$ is an ideal of S

*****

R-19

Code:4308/R

Faculty of Science

B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –IV Semester

Regular Examinations -June/July, 2022

PAPER: Algebra

Time: 3 Hours | Max Marks: 80

విభాగం - ఎ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా ఎనమిది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (8x4=32 Marks)

1. సమూహం G లో $ab = ba$ అయితే $(ab)^2 = a^2b^2$ అని నిరూపించండి.
2. సమూహం G యొక్క కేంద్రం $z(G)$ అనేది G కి ఉపసమూహం అని చూపండి.
3. మాతృక గుణాకారానికి సంబంధించి $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ మూలకం యొక్క విలోమాన్ని $GL(2, Z_{11})$ తో కనుక్కోండి.
4. ప్రతీ ప్రధాన సంఖ్య తరగతి గల సమూహం చక్రీయ సమూహం అని నిరూపించండి.
5. $\propto = (12)(134)(152)$ ను సరియచేసి ప్రస్తారమ అని కనుక్కోండి.
6. ప్రస్తారణ $(12)(13)(23)(142)$ అని అసమ్మతి చకాల ఉత్పత్తిగా వ్రాయండి.
7. Z_{14} యొక్క అన్ని యూనిట్లను కనుగొనండి.
8. వలయం R యొక్క ఉపవలయాల చేధనం కూడా R కు ఉపవలయం అవుతుందని చూపండి.
9. అబిలియన్ సమూహం యొక్క ప్రతి మూల సమూహం అబిలియన్ అని నిరూపించండి.
10. Z_5 నుండి Z_{10} వరకు ఉన్న కరస్పాండెన్స్ $x \to 5x$ కూడిక ద్వారా భద్రపరచబడదని చూపండి.
11. అభాజ్య ఆదర్శం (Prime Ideal) ను, అనికతను ఆదర్శంను నిర్వచించండి. మరియు వాటి ఉదాహరణను పేర్కొనండి.
12. $Z_6 = \{0,1,2,3,4,5\}$, $A = \{0,3\}$ అయితే Z_6/A లోని మూలకాలను కనుక్కోండి.

విభాగం - బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (4x12=48 Marks)

13.(a) చక్రీయ సమూహం యొక్క ప్రతి ఉపసమూహం కూడా చక్రీయం అని చూపండి.

(లేదా)

(b) G సమూహమును నిర్వచించండి. $G = \left\{\begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix}, a \in R,\ a \neq 0\right\}$ అయితే మాతృక గుణకారం కింద G ఒక సమూహం అని నిరూపించండి.

14.(a) లెగ్రాంజి సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(లేదా)

(b) Orbit-stabilizer సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

15.(a) $\frac{Z_{14}}{<8>}$ లో $14+<8>$ యొక్క క్రమాన్ని (order) ను కనుగొనుము.

(లేదా)

(b) $x^2 - x + 2 = 0$ ను $Z_3[i]$ లో పరిష్కారాలను కనుగొనండి.

16.(a) ఒక వలయంలో గరిష్ఠ ఐడియల్ ను నిర్వచించండి. R ఒక వినిమయ తత్సను వలయము మరియు R లో M ఒక గరిష్ఠ ఐడియల్ అయితే R/M ఒక క్షేత్రం అని చూపండి.

(లేదా)

(b) $\emptyset$ ఒక రింగ్ R నుండి రింగ్ S కి రింగ్ హోమోయోర్ఫిజం అయితే $\emptyset(A)$ అనేది S యొక్క ఆదర్శం అని నిరూపించండి.

*****